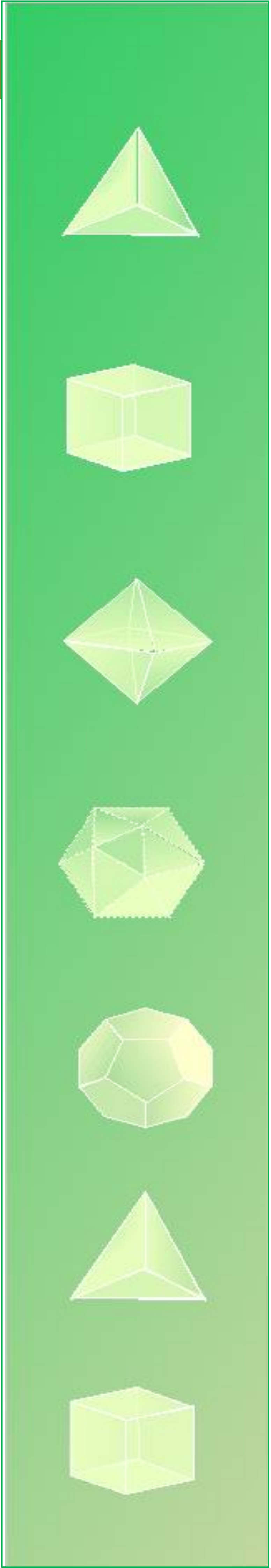

2º ESO

Capítulo 4: Divisibilidad

Respuestas a los ejercicios y problemas propuestos

www.apuntesmareaverde.org.es

Realizados por:

Alba Alcalá Vidal

Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo

Todas las imágenes han sido creadas con *software* libre (GeoGebra)

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. **Calcula los siete primeros múltiplos de 11 y de 7.**
   Los múltiplos de 11 son: 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77.
   Los múltiplos de 7 son: 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49.

2. **¿Cuáles de los siguientes números son múltiplos de 15?**
   15, 16, 30, 40, 45, 100, 111, 141, 135.
   Los múltiplos de 15 serán todos aquellos que al hacer la división sea exacta, como son: 15, 30, 45 y 135.

3. **Halla los múltiplos de 12 comprendidos entre 13 y 90.**
   Los múltiplos de 12 comprendidos entre 13 y 90 serán: 24, 36, 48, 60, 72 y 84. Para hallarlos multiplico 12 por 2, 3, 4 y así sucesivamente.

4. **A partir de la igualdad: 5 · 8 = 40, escribe las relaciones que existen entre estos tres números.**
   5 y 8 son divisores de 40.
   40 es múltiplo de 5 y 8.
   40 es divisible por 5 y por 8.

5. **Escribe frases usando las expresiones: “ser múltiplo de”, “ser divisor de“ y “ser divisible por” y los números 27, 3 y 9.**
   3 es divisor de 27.
   9 es divisible por 3.
   27 es múltiplo de 3 y de 9.

6. **Di cuales de los siguientes números son múltiplos de 3:**
   21, 24, 56, 77, 81, 90, 234, 621, 600, 4 520, 3 411, 46 095, 16 392, 385 500
   Los números elegidos, ¿coinciden con los divisores de 3? ¿Y con los que son divisibles por 3?
   Los múltiplos de 3 son: 21, 24, 81, 90, 234 ,621, 600, 3.411, 46.095, 16.392, 385.500.
   Todos esto son múltiplos de 3 ya que la suma de sus cifras da un número múltiplo de 3.
   Los números elegidos coinciden con los números divisibles por 3.

7. **Escribe cuatro números que sean divisibles por 10 y por 7 a la vez.**
   Para ser divisible por 7 tendrá que ser la división exacta y por 10 tendrá que terminar en 0, por tanto, los números serán: 70, 140, 210 y 280.

8. **Sustituye A por un valor apropiado para que:**

   a) 15 A72 sea múltiplo de 3.
   1 + 5 + A + 7 + 2 = A + 15. A tendrá que valer 0, 3, 6 ó 9 para que el número sea múltiplo de 3. Por ejemplo: 3 + 15 = 18. 18 es múltiplo de 3.

   b) 22 05A sea múltiplo de 6.
   Para que sea múltiplo de 6 debe serlo de 2 y de 3 a la vez. Para que sea múltiplo de 2, tiene que ser un número par y para que sea múltiplo de 3, al sumar las cifras deben ser divisible por 3. Por lo tanto: 2 + 2 + 0 + 5 + A = 9 + A. A puede vales 0 ó 6.

c) 6A 438 sea múltiplo de 11.

Sumamos las cifras que ocupan la posición par A + 3.
Sumamos las cifras que ocupan la posición impar 6 + 4 + 8 = 18.
Su resta tiene que ser divisible por 11.
18 - (A + 3) = 11; 18 – A – 3 = 11; -A = 11 – 15; A = 4.

9. ¿Todos los números divisibles por 2 los son por 4? ¿Y al revés? Razona la respuesta.

No. Por ejemplo 6 es divisible por 2, pero no lo es por 4. Al revés, sí sucede, porque todos los números divisibles por 4 lo son de 2.

10. ¿Sabrías deducir un criterio de divisibilidad por 15? Pon un ejemplo.

Para que sea divisible por 15 debe de ser divisible por 3 y 5, por tanto, la suma de sus cifras debe de ser múltiplo de 3, y terminar en 0 o en 5.

11. Completa en tu cuaderno la siguiente tabla escribiendo verdadero o falso:

Número	¿Es...?	Verdadero/Falso
984 486 728	Divisible por 2	Verdadero
984 486 725	Divisible por 5	Verdadero
984 486 720	Divisible por 3	Verdadero
783 376 500	Divisible por 6	Verdadero
984 486 728	Divisible por 4	Verdadero
23 009 845	Divisible por 11	Falso

12. Intenta explicar por qué se verifica el criterio de divisibilidad por 5.

Si tenemos por ejemplo el número 3.925 sabemos que es divisible por cinco ya que su última cifra es un 5, pero también porque al descomponerlo tendríamos 3•1.000 + 9•100 + 2•10 + 5 y vemos que todos los sumandos son múltiplos de 10, excepto el último que tendrá que ser 5 ó 0.

13. Para explicar el criterio de divisibilidad por 4 observa que 10 no es divisible por 4, pero 100 si lo es. Intenta explicarlo.

Si tenemos por ejemplo el número 9.928 sabemos que es divisible por 4 porque sus dos últimas cifras son múltiplos de 4, pero al descomponerlo tenemos 3•1.000 + 9•100 + 2•10 + 8, y vemos que los dos primeros sumandos son múltiplos de 4 y los dos últimos, 28 también debe serlo.

14. Para explicar el criterio de divisibilidad por 3, observa que 10 = 9 + 1. Puedes sacar factor común 9 en todos los sumandos en que sea posible, y ver cuáles son los sumandos que nos quedan.

Para que un número sea divisible por 3 tendremos que sumar todas sus cifras y ver que el resultado es un número múltiplo de 3.
Por ejemplo: 3.927 -> 3 + 9 + 2 + 7 = 21, 21: 3= 7
También se haría: 3•1.000 + 9•100 + 2•10 + 7 = 3(999+1) + 9(99 + 1) + 2(9+1) + 7 = (3•999 + 9•99 + 2•9) + (3 + 9 + 2 + 7).
Tenemos que el primer sumando 3•999 + 9•99+ 2•9 es múltiplo de 3, así que para el número 3.927

solo nos quedaría que el segundo sumando (3 + 9 + 2 + 7) fuese múltiplo de 3, que lo es, por lo tanto, el número inicial es divisible por 3.

15. Para explicar el criterio de divisibilidad por 11, observa que 10 = 11 – 1. Puedes sacar factor común 11 en todos los sumandos en que sea posible, y analizar cuáles son los sumandos que nos quedan.
Si vemos el número 3.927 es = 3•1.000 + 9•100 + 2•10 + 7 = 3(1.001 -1) + 9(99+1) + 2(11-1) + 7 = 3(1.001 + 9•99 + 2•11 + (-3 +9 –2 + 7).
Donde vemos que el primer sumando 3(1.001 + 9•99+ 2•11) es múltiplo de 11, por lo tanto para que el número inicial también lo sea, basta con que el segundo sumando sea múltiplo de 0 u 11, es de (-3 + 9 –2 + 7) : 11.

16. Calcula los múltiplos de 75 comprendidos entre 1 y 200.
Solo tendremos dos múltiplos entre de 75 comprendidos entre 1 y 200 que son 75 y 150.

17. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

a) 50 es múltiplo de 10: Verdadero ya que 50:10 es exacto.
b) 2 es divisor de 30: Verdadero porque 30:2 es exacto.
c) 4 es múltiplo de 16: Falso ya que ningún número multiplicado por 16 da 4.
d) 66 es divisible por 11: Verdadero ya que 66:11 es exacto.
e) 80 es divisor de 8: Falso ya que 8:80 no es exacto.
f) 3 es divisible por 12: Falso ya que 3:12 no es exacto.

18. Sustituye x e y por valores apropiados para el siguiente número sea divisible por 9 y por 10 a la vez: 3 72x 54y.
Y debe de valer 0 ya que para que un número no sea múltiplo de 10 debe terminar en 0.
Para que sea múltiplo de 9, la suma de sus cifras tiene que ser un número múltiplo de 9, así que tendremos:
3 + 7 + 2 + x + 5 + 4 + 0 = x + 21, y de aquí deducimos que la x valdrá 6 para que nos de 27 que es múltiplo de 9.

19. ¿Qué único número con tres cifras iguales es divisible por 2 y por 9 a la vez?
Para que sea divisible por 2 tiene que terminar en 0, 2, 4, 6, 8. Para que sea divisible por 9, la suma de las cifras tiene que ser múltiplo de 9, así que, el número sería 666.

20. Calcula todos los divisores de los siguientes números:
a) 75: (1, 3, 5, 15, 25, 75)
b) 88: (1, 2, 4, 8, 11, 22, 44, 88)
c) 30: (1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30)
d) 25: (1, 5, 25)
e) 160: (1, 2, 4, 8, 16, 32, 5, 10, 20, 40, 80, 160)
f) 300: (1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 25, 50, 75, 100, 150, 300)

21. Continúa la lista de números primos del ejemplo con 10 números primos más.
Los siguientes números primos serían: 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79.

22. ¿Cuánto números primos crees que hay? ¿Crees que se acaban en un momento dado o que son infinitos?

Hay infinitos números primos ya que tenemos números infinitos.

23. Completa la criba de Eratóstenes hasta el 200.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170
171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
191	192	193	194	195	196	197	198	199	200

24. En este caso, ¿cuál es el último número primo del que debes tachar sus múltiplos? Observa que 13 · 13 = 169 y 17 · 17 = 289.

Sería el 13 porque 13•13 = 169, ya que el siguiente sería 17, pero 17•17 = 289 y ya sobrepasa de 200.

25. Busca los distintos significados de las palabras "criba" y "algoritmo", ¿en qué más contextos lo puedes utilizar?

Criba: es un utensilio que se emplea para limpiar el grano de la paja, el polvo y otros sólidos no deseados con los que se haya mezclado. En el contexto matemático se utiliza como sinónimo de separación. En el caso de la criba de Eratóstenes, nos ayuda a separar los números primos de los compuestos.

Algoritmo es un conjunto prescrito de instrucciones o reglas bien definidas, ordenadas y finitas que permite realizar una actividad mediante pasos sucesivos. El algoritmo se usa tanto en matemáticas como en informática.

26. Descompón en factores primos los siguientes números:

a) 50 = $2 \bullet 5^2$

$$\begin{array}{r|l} 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

b) 36 = $2^2 \bullet 3^2$

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

c) 100 = $2^2 \bullet 5^2$

$$\begin{array}{r|l} 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

d) 110 = $2 \bullet 5 \bullet 11$

$$\begin{array}{r|l} 110 & 2 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

27. Descompón en factores primos los siguientes números:

a) 150 = $2 \bullet 5^2 \bullet 3$

$$\begin{array}{r|l} 150 & 2 \\ 75 & 5 \\ 15 & 5 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

b) 121 = 11^2

$$\begin{array}{r|l} 121 & 11 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

c) 350 = $2 \bullet 5^2 \bullet 7$

350	2
175	5
35	5
7	7
1	

d) 750 = $2 \bullet 5^3 \bullet 3$

750	2
375	5
75	5
15	5
3	3
1	

28. Descompón en factores primos los siguientes números:

a) 1 240 = $2^3 \bullet 5 \bullet 31$

1240	2
620	2
310	2
155	55
31	31
1	

b) 2 550 = $2 \bullet 5^2 \bullet 51$

2550	2
1275	5
255	5
51	51
1	

c) 4 520 = $2^3 \bullet 5 \bullet 113$

4520	2
2260	2
1130	2
565	5
113	113
1	

d) 5 342 = $2 \bullet 2671$

5342	2
2671	2671
1	

29. Si descomponemos en factores primos los números: 10, 100, 1000, 10 000 y 100 000, ¿qué es lo que observas? ¿Lo podrías hacer de forma más rápida sin necesidad de usar el método general?

Podemos observar que todos tienen como factores el 2 y el 5. La potencia de estos factores coincide con el número de ceros que tenga el número.

$10 = 2\bullet 5$; $100 = 2^2\bullet 5^2$

30. ¿Qué ocurre al descomponer en factores primos los números 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256? Continúa la serie con 7 números más.

Se observa que todos son potencias de 2:

$4 = 2^2$, $8 = 2^3$, $16 = 2^4$ ….. , 512, 1024, 2048, 4096, 8196, …

31. Calcula el M.C.D de los siguientes pares de números:

a) 70 y 45

70	2
35	5
7	7
1	

45	5
9	3
3	3
1	

$70 = 2\bullet 5\bullet 7$, $45 = 3^2\bullet 5$

M.C.D = 5

b) 121 y 55

121	11
11	11
1	

55	5
11	11
1	

$121 = 11^2$, $45 = 5\bullet 11$

M.C.D = 11

c) 42 y 66

42	2
21	3
7	7
1	

66	2
33	3
11	11
1	

$42 = 2\bullet 3\bullet 7$, $66 = 2\bullet 3\bullet 11$

M.C.D = $2\bullet 3 = 6$

d) 224 y 80

224	2
112	2
56	2
28	2
14	2
7	7
1	

80	2
40	2
20	2
10	2
5	5
1	

224 = 2^5•7
80 = 2^4•5
M. C. D = 2^4 =32

32. Calcula el M.C.D de los siguientes números:
a) 33, 11 y 22

$$\begin{array}{r|l} 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 22 & 2 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

33 = 3•11
11 = 11
22 = 2•11
M.C.D = 11

b) 66, 42 y 120

$$\begin{array}{r|l} 66 & 2 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

66 = 2•3•11
42 = 2•3•7
120 = 2^3•3•5
M.C.D = 2•3 = 6
c) 75, 25 y 200

$$\begin{array}{r|l} 75 & 5 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 200 & 2 \\ 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

75 = 5^2•3
25 = 5^2
200 = 2^3•5
M.C.D = 5^2 =25
d) 81, 44 y 16

$$\begin{array}{r|l} 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 44 & 2 \\ 22 & 2 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$81 = 3^4$
$44 = 2^2 \cdot 11$
$16 = 2^4$

M.C.D = 1 ya que no tienen otro factor en común.

33. Calcula el m.c.m. de los siguientes pares de números:
a) 40 y 24
$40 = 2^3 \cdot 5$
$24 = 2^3 \cdot 3$
M.C.M = $2^3 \cdot 5 \cdot 3 = 120$

b) 16 y 40
$16 = 2^4$
$40 = 2^3 \cdot 5$
M.C.M = $2^4 \cdot 5 = 80$

c) 30 y 66
$30 = 3 \cdot 2 \cdot 5$
$66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$
M.C.M = $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 = 330$

d) 24 y 80
$24 = 2^3 \cdot 3$
$80 = 2^4 \cdot 5$
M.C.M = $2^4 \cdot 5 \cdot 3 = 240$

34. Calcula el m.c.m. de los siguientes números:
a) 33, 11 y 22
$33 = 3 \cdot 11$
$11 = 11$
$22 = 2 \cdot 11$
M.C.M = $2 \cdot 3 \cdot 11 = 66$

b) 66, 42 y 120
$66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$
$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$
$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$
M.C.M = $2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$

c) 75, 25 y 200
$75 = 5^2 \cdot 3$
$200 = 2^3 \cdot 5^2$
$25 = 5^2$
M.C.M = $5^2 \cdot 3 \cdot 2^3 = 600$

d) 81, 44 y 16
$81 = 3^4$
$44 = 2^2 \bullet 11$
$16 = 2^4$
M.C.M $= 3^4 \bullet 2^4 \bullet 11 = 14.256$

35. Milagros y Nieves tienen 30 cuentas blancas, 10 cuentas azules y 90 cuentas rojas. Quieren hacer el mayor número de collares iguales sin que sobre ninguna cuenta.
a) ¿Cuantos collares iguales pueden hacer?
$30 = 3\bullet 2\bullet 5$
$10 = 2\bullet 5$
$90 = 3^2\bullet 2\bullet 5$
Para hacer el mayor número de collares iguales sin que sobre ninguna cuenta tendremos que hacer el máximo común divisor:
M.C.D $= 2\bullet 5 = 10$
Por lo tanto, podrá hacer 10 collares.

b) ¿Qué número de cuentas de cada color tendrá cada collar?
Si cada cantidad de cuentas lo dividimos entre el M.C.D sabremos cuántas cuentas de cada color tendrá cada collar:
Blancas = 30:10 = 3 cuentas blancas
Azules = 10:10 = 1 cuenta azul
Rojas = 90:10 = 9 cuentas rojas

36. La abuela toma muchas pastillas. Nada más despertarse, a las 9 de la mañana, toma una para el colesterol que debe tomar cada 8 horas, otra para la tensión que debe tomar cada 12 horas y una tercera para la circulación que debe tomar cada 4 horas. ¿Dentro de cuántas horas volverá a tomar los 3 medicamentos a la vez? ¿A qué hora?
$8 = 2^3$
$12 = 2^2\bullet 3$
$4 = 2^2$
Para saber cuántas horas pasarán para que coincida la toma de las tres pastillas haremos el M.C.M:
M.C.M $= 2^3\bullet 3 = 24$
Esto quiere decir que cada 24 horas coincidirá la toma de las tres pastillas, como comienza a tomárselas a las 9h de la mañana, cada día a las 9h coincidirá la toma de las 3 pastillas.

37. Juan compra en una floristería 24 rosas y 36 claveles. ¿Cuántos ramos iguales puede elaborar si coloca la máxima cantidad de flores de cada tipo para que no le sobre ninguna?¿Cuántas rosas y claveles debe colocar en cada ramo?
$24 = 2^3\bullet 3$
$36 = 2^2\bullet 3^2$
Para hacer un ramo con las máximas flores tenemos que calcular el M.C.M:
M.C.M $= 2^2\bullet 3 = 12$
Por lo tanto, habrá 12 ramos con la mayor cantidad de flores y no sobrará ninguna.
En cada ramo habrá 2 rosas y 3 claveles:
24:12 = 2 rosas
36:12 = 3 claveles

38. Raúl tiene varios avisos en su móvil: uno que da una señal cada 30 minutos, otro que da una señal cada 60 minutos y un tercero que da una señal cada 120 minutos. Si a las 10 de la mañana las 3 señales de aviso han coincidido. a) ¿Cuántas horas como mínimo han de pasar para que vuelvan a coincidir los tres avisos? b) ¿A qué hora ocurrirá?

30 = 3•2•5

60 = 3•2^2•5

30 = 3•2^3•5

Haremos el M.C.M para saber el mínimo de horas que pasan hasta que coincidan los tres avisos.

M. C.M = 3•2^3•5 = 120.

120 minutos = 2h, por lo tanto, pasarán dos horas hasta que coincidan las tres alarmas. Como a las 10 de la mañana coinciden, volverán a coincidir a las 12 de la mañana.

39. ¿Cuál será la menor cantidad de pasteles que se deben comprar para que se puedan repartir en partes iguales entre grupos de 10, 20 y 30 niños? Determina en cada caso cuántos pasteles le toca a cada niño.

10 = 2•5

20 = 2^2•5

30 = 3•2•5

La menor cantidad que tenemos que comprar será hacer el M.C.M

M.C.M = 3•2^2•5 = 60, que será la menos cantidad que debemos comprar para que le toque un pastel a cada niño.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Escribe cuatro números de tres cifras que sean divisibles por 11 y por 2 a la vez.
Buscaremos números que sean pares y divisibles por 11, por ejemplo: 110, 550, 616 y 814.

2. Escribe los diez primeros múltiplos de 4 y los diez primeros múltiplos de 6. ¿Cuáles son comunes a ambos?
Múltiplos de 4: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40.
Múltiplos de 6: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60.
Los comunes serán: 12, 24 y 36.

3. Sustituye A por un valor apropiado para que:
a) 24 A75 sea múltiplo de 5.
Como dicho número termina en 5, la A podrá tener cualquier valor.
b) 11 07A sea múltiplo de 3.
Para que sea múltiplo de 3, la suma de sus cifras tiene que ser múltiplo de 3:
1 + 1 + 0 + 7 + A; 9 + A; A podría ser 0, 3, 6 o 9.
c) 5A 439 sea múltiplo de 6.
No habrá ninguno porque para que sea múltiplo de 6 tiene que terminar en número par y este termina en impar.

4. Indica cuales de los siguientes números son múltiplos de 3:
1, 30, 50, 60, 70, 75, 100, 125, 150
Para que sea múltiplo de 3, la suma de sus cifras debe ser divisible por 3, por lo que, de esos números, solo 30, 60, 75 y 150 son múltiplos de 3.

5. Busca todos los divisores de 210.
Los divisores de 210 son: 1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15, 21, 30, 35, 42, 70 y 210.

6. Completa en tu cuaderno la siguiente tabla escribiendo verdadero o falso:

Número	¿Es...?	Verdadero/Falso
30.087	Divisible por 3	3+0+0+8+7=18; 18:3=6 *Verdadero*
78.344	Divisible por 6	Es par, por lo tanto es divisible por 2. 7+8+3+4+4 =26; 26:3 no es exacto. *Falso*
87.300	Múltiplo de 11	8+7+3+0+0 = 18; 18:11 no es exacto *Falso*
2.985.644	Múltiplo de 4	Las dos últimas cifras (44) son múltiplo de 4, ya que 44:4 = 11 *Verdadero*

1	Divisor de 13	13:1 = 13 *Verdadero*
98	Divisor de 3	9+8 = 17; 17:3 no es exacto. *Falso*

7. Calcula el m.c.m. y M.C.D. de m y n sin averiguar el valor numérico de cada uno:

a) m = 2 · 2 · 2 · 3 n = 2 · 3 · 3 · 5

m.c.m = $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$

M.C.D = 2 · 3 = 6

b) m = 3 · 5 n = 2 · 7

m.c.m = 3· 5· 2· 7 = 210

M.C.D = 1

c) m = 22 · 3 · 52 n = 22 · 32

m= $2^3 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 13$ n=$2^6 \cdot 11$

m.c.m = $2^6 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 13$ = 13.728

M.C.D = $2^3 \cdot 11$ = 88

d) m = 3 · 5 · 72 n = 2 · 52 · 7

m= $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$ n=$2^3 \cdot 13 \cdot 7$

m.c.m = $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 7$ = 98.280

M.C.D = 2^3= 8

8. Escribe en tu cuaderno y completa las siguientes afirmaciones:

a) Como dos números primos entre sí no tienen factores primos comunes, el mínimo común múltiplo de ambos es su producto.

b) Como dos números primos entre sí no tienen factores primos comunes, el máximo común divisor de ambos es 1.

9. Calcula mentalmente el m.c.m. y M.C.D. de los siguientes números:

a) 4 y 8: 8 es múltiplo de 4, por tanto m.c.m = 8 y M.C.D = 4

b) 2 y 3: Al ser primos, m.c.m= 2· 3 y M.C.D =1

c) 3 y 12: 12 es múltiplo de 3, por tanto m.c.m= 12 y M.C.D =3

d) 7 y 10: No tienen factores en común, por lo tanto, m.c.m= 7· 10=70 y M.C.D =1

e) 6 y 12: 12 es múltiplo de 6, por lo tanto, m.c.m= 12 y M.C.D =6

f) 6 y 9: Los factores comunes son el 3 de mayor potencia 3^2 y el 2 es no común, por lo tanto, m.c.m= 18 y M.C.D =6

g) 10 y 15: m.c.m= 2· 3 · 5 = 30 y M.C.D =5

h) 2 y 5: como son primos, m.c.m= 10 y M.C.D = 1

i) 4 y 6: m.c.m= $2^2 \cdot 3$ = 12 y M.C.D = 2

j) 2 y 2: Al ser el mismo número, m.c.m= 2 y M.C.D = 2

k) 4 y 1: m.c.m= 2^2y M.C.D = 1

l) 3 y 7: Al ser primos, m.c.m= 3 · 7 = 21 y M.C.D = 1

m) 2, 3 y 4: m.c.m= $2^2 \cdot 3$ = 12 y M.C.D = 2

n) 3,6 y 12: Al ser múltiplos de 3, m.c.m= 12 y M.C.D = 3

o) 3, 4 y 6: m.c.m= $2^2 \cdot 3$ = 12 y M.C.D = 1

10. Calcula:

a) m.c.m. (8, 40) M.C.D. (8, 40)

$8 = 2^3$

$40 = 2^3 \cdot 5$

m.c.m= $2^3 \cdot 5 = 40$ y M.C.D = $2^3 = 8$

b) m.c.m. (15, 35) M.C.D. (15, 35)

$15 = 3 \cdot 5$

$35 = 7 \cdot 5$

m.c.m= $3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$ y M.C.D = 5

c) m.c.m. (84, 360) M.C.D. (84, 360)

$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$

$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

m.c.m= $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 2520$ y M.C.D = $2^2 \cdot 3 = 12$

11. En un tramo de acera hay tres farolas. Una se enciende cada 12 segundos. Otra cada 18 y otra cada 60. A las 18:30 de la tarde las 3 coinciden encendidas. Averigua cuántas veces van a coincidir en los 5 minutos siguientes.

$12 = 2^2 \cdot 3$

$18 = 3^2 \cdot 2$

$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

Hallaremos el m.c.m para saber cuándo vuelves a coincidir:

m.c.m = $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$.

Coincidirán cada 180 segundos, es decir, cada tres minutos. Por lo tanto, coinciden a las 18:30, después a las 18:33. En los próximos 5 minutos coinciden una vez.

12. Tres autobuses salen de la misma estación en tres direcciones distintas. El primero tarda 1 hora y 45 minutos en volver al punto de partida, y permanece un cuarto de hora en la estación. El segundo tarda 1 hora y 5 minutos y permanece 7 minutos en la estación. El tercero tarda 1 hora y 18 minutos y permanece 12 minutos en la estación. Se sabe que la primera salida ha tenido lugar a las 6 de la mañana. Calcula:

a) A qué hora volverán a salir juntos de la estación.

1º = 1h y 45m = 60 + 45 =105 m + 15 = 120

2º = 1h y 5m = 60 + 5 = 65m + 7 = 72

3º = 1h y 18m = 60 + 18 = 78m + 12 = 90

$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$ $\quad$ $72 = 2^3 \cdot 3^2$ $\quad$ $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$

Hallaremos el m.c.m para saber a qué hora vuelven a salir juntos de la estación.

m.c.m = $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$

Vuelven a coincidir a los 360 minutos, es decir, a las 6 horas. Si salieron a las 6h, volverán a coincidir a las 12h.

b) El número de viajes efectuados por cada uno en ese momento.

El 1º hace un viaje cada dos horas, por lo tanto:

6:2 = 3. Hará 3 viajes.

El 2º hace un viaje cada 72 minutos, por lo tanto:

360:72 = 5. Hará 5 viajes.

El 3º hace un viaje cada 90 minutos, por lo tanto:

360:90 = 4. Hará 4 viajes.

13. Un artesano tiene 32 piedras de coral, 88 de turquesa, 56 perlas y 66 de azabache. Con todas ellas desea elaborar el mayor número posible de collares iguales. ¿Cuántos puede hacer?

$32 = 3^5$
$88 = 2^3 \cdot 11$
$56 = 2^3 \cdot 7$
$66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$
M.C.D (32, 88, 56, 66) = 2
Solo haremos 2 collares iguales y las piezas de cada collar serán:
32:2 = 16. Utilizaremos 16 piezas de coral.
88:2 = 44. Utilizaremos 44 piezas de turquesa.
56:2 = 28. Utilizaremos 28 piezas de perlas.
66:2 = 33. Utilizaremos 33 piezas de azabache.

14. El ordenador de Lucía escanea con el antivirus cada 180 minutos y hace actualizaciones cada 240 minutos, ¿cada cuántos minutos hace las dos cosas al mismo tiempo?

$180 = 3^2 \cdot 2^3 \cdot 5$
$240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$
m.c.m (180,240) = $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = 720$.
Cada 720 minutos, o 12h, hará las dos cosas al mismo tiempo.

15. A lo largo de una carretera hay un teléfono de emergencia cada 10 km, un pozo de agua cada 15 km y una gasolinera cada 20 km. ¿Cada cuánto coinciden un teléfono, un pozo y una gasolinera?

$10 = 2 \cdot 5$
$15 = 3 \cdot 5$
$20 = 2^2 \cdot 5$
m.c.m (10,15,20) = $2^2 \cdot 5 \cdot 3 = 60$.
Cada 60 minutos coincidirán un teléfono, un pozo y una gasolinera.

16. Para celebrar su cumpleaños, Sonia compro 12 gorritos de papel, 6 collares, 18 anillos y 36 caramelos. Si quiere armar bolsas de regalo con la misma cantidad de obsequios de cada tipo, ¿para cuantos amigos le alcanza? ¿Qué deberá poner en cada bolsa?

$12 = 2^2 \cdot 3$
$6 = 2 \cdot 3$
$18 = 2 \cdot 3^2$
$36 = 2^2 \cdot 3^2$
M.C.D (12, 6, 18, 20) = $2 \cdot 3 = 6$.
Solo podremos hacer 6 bolsas y cada bolsa tendrá:
12:6 = 2. Dos gorritos
18:6 = 3. Tres anillos
6:6 = 1. Un collar
36:6 = 6. Seis caramelos.

17. Una máquina llena una caja de 256 botellas en un minuto y otra máquina llena la misma cantidad de botellas en un minuto y medio. Si ambas empezaron a embotellar líquidos a las 9:00 am. ¿A qué hora terminan ambas de llenar una caja? ¿Cuántas botellas habrán llenado ambas máquinas durante ese periodo?

1º máquina = 1 minutos = 60 segundos
2º máquina = 1 minuto y medio = 90 segundos.
$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$
$90 = 3^2 \cdot 2 \cdot 5$
m.c.m $(60,90) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$.
A los 180 segundos de empezar terminan de llenar una caja. Por lo tanto, la terminarán a las 9:03h.
1º máquina = 256·3 = 768 botellas llena en 3 minutos.
256·2 = 512 botellas llena en 3 minutos.

18. Comprueba si 2 047 es primo usando la hoja de cálculo.
Utilizar hoja de cálculo.

AUTOEVALUACIÓN

1. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?
a) Si dos números son primos, su máximo común divisor es 1.
b) Si dos números son primos, su mínimo común múltiplo es 1.
c) El mínimo común múltiplo de dos números siempre es mayor que el producto de ambos.
d) El máximo común divisor de dos números siempre es mayor que el producto de ambos.
La solución correcta es la a) puesto que al ser primos no tienen ningún factor en común, solo el 1.

2. ¿Cuál de las soluciones es la correcta para el conjunto de los divisores de 63?
a) D(63) = {1, 3, 7, 21, 63}
b) D(63) = {1, 2, 9, 21, 63}
c) D(63) = {1, 3, 7, 9, 21, 63}
d) D(63) = {0, 1, 3, 7, 9, 21, 63}
La solución correcta es la c)

3. La descomposición de 81000 en factores primos es:
a) $2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^3$
b) $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3$
c) $2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^2$
d) $2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^3$
$81.000 = 81 \cdot 1.000 = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^3$
La solución correcta es la a)

4. De los números:183, 143 y 1973,
a) Todos son primos
b) Ninguno es primo
c) 143 es primo
d) 1 973 es primo
Solo 1973 es primo, por lo que la solución correcta es la d)

5. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera ?
a) Si un número es múltiplo de 2, también lo es de 4.
b) 11 es múltiplo de 121.
c) 33 es divisor de 11.
d) Si un número es múltiplo de 2 y de 3, también lo es de 6.
La solución correcta es la d), ya que, siempre que un número sea múltiplo de 2 y 3 a la vez, lo será de 6.

6. La propiedad que se ilustra en la siguiente igualdad $2\cdot (3 + 4) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4$ es:
a) La propiedad conmutativa.
b) La propiedad distributiva.
c) La propiedad asociativa.
d) Esa igualdad no es cierta.
La correcta es la b) ya que la propiedad distributiva nos dice que el producto de un factor por la suma de otros dos factores es igual al producto del factor por el primer sumando más el producto del factor por el segundo sumando:
$2\cdot(3+4) = 2\cdot 3 + 2\cdot 4$

7. El M.C.D.(650, 700) es:
a) 10
b) 30
c) 20
d) 50
$650 = 5^2 \cdot 2 \cdot 13$
$700 = 5^2 \cdot 2^2 \cdot 7$
M.C.D = $5^2 \cdot 2 = 50$. La respuesta correcta es la d)

8. Un operario revisa la excavadora de su empresa cada 28 días y la grúa cada 35. Si revisó las dos el 1 de mayo, ¿cuándo volverán a coincidir?
a) El 17 de septiembre
b) El 1 de septiembre
c) El 17 de agosto
d) Ese año no vuelven a coincidir
$28 = 2^2 \cdot 7$
$35 = 5 \cdot 7$
m.c.m = $2^2 \cdot 5 \cdot 7 = 140$.
Coincidirá la revisión dentro de 140 días. Sumo los días que tienen los meses desde el 1 de mayo hasta llegar a 140 días.
Mayo = 31; junio = 30; julio = 31; agosto = 31
31+30+31+31 = 123.
140 -123 = 17.
Coincidirán el 17 de septiembre. La respuesta correcta es la a)

9. Queremos alicatar una pared de 615 x 225 centímetros, con azulejos cuadrados de lado el mayor posible y no cortar ningún azulejo. ¿Cuántos azulejos son necesarios?
a) 615
b) 15
c) 225
d) No es posible
$615 = 5 \cdot 3 \cdot 41$
$225 = 5^2 \cdot 3^2$
MC.D = $5 \cdot 3 = 15$
Para que las baldosas sean cuadradas, tendrán que ser de 15x15, estas medirán 225cm^2.
La pared mide $615 \cdot 225 = 138.375$cm^2. Si dividimos lo que mide la pared entre lo que mide cada azulejo, tendremos el número de azulejos que necesitamos:
138.375cm^2 : 225cm^2 = 615.
Por lo tanto, necesitaremos 615 azulejos para no tener que cortar ninguno.
La respuesta correcta es la a).